

タイトル	2023 年度 特別選抜 (学校推薦型選抜) 情報学部 小論文問題 (理系型)
評価の ポイント	<p>問 1</p> <ul style="list-style-type: none">・ 高校で学ぶ整数の基本的な性質について理解し, 正しく利用することができるか。・ 数学の証明を, 必要な事実をもれなく挙げ, 場合分け等を使って論理的に正しく書くことができるか。・ 数学的な問題のひとつの解法を, 似た問題を解くために応用することができるか。 <p>問 2</p> <ul style="list-style-type: none">・ 基本的な組合せの数を正しく計算できるか。・ 包除原理にもとづき和集合と積集合の要素数を正しく計算できるか。・ 問題の隠れた規則性 (偶奇性によるパスの終点の分類) を発見することができるか。

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

2023 年度 情報学部 推薦型選抜 小論文 解答用紙

理系型・その1

理	問 1-1						
1	$2a_2$	2	2	3	1	4	2
5	(2)より $1 + a_2 = a_2$ となるが, これを満たす自然数 a_2 は存在しない。よって a_1 は1ではない。						
6	(2)より $2 + a_2 = 2a_2$ となり, これより $a_2 = 2$ を得る。よって $a_1 = 2, a_2 = 2$ は(1)と(2)を満たす。						

理	問 1-2
問 1-1 の結果より, (1)と(2)を満たす自然数の組み合わせは $a_1 = a_2 = 2$ の場合しか存在しない。	

選択欄

※	採点欄

※印の欄には記入しないこと

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

2023 年度 情報学部 推薦型選抜 小論文 解答用紙

理系型・その2

理 問 1-3

(4)と(5)より

$$a_1 a_2 a_3 = a_1 + a_2 + a_3 \leq a_3 + a_3 + a_3 = 3a_3$$

を得る。 a_3 は0ではないので、 $a_1 a_2 \leq 3$ 。 a_1, a_2 は自然数なので、 $a_1 = a_2 = 1$, $a_1 = 1, a_2 = 2$, $a_1 = 1, a_2 = 3$ の3通りの場合が考えられる。

$a_1 = a_2 = 1$ の場合を考える。(5)より $2 + a_3 = a_3$ を得るが、この式を満たす自然数 a_3 は存在しない。
よって $a_1 = a_2 = 1$ とはならない。

$a_1 = 1, a_2 = 2$ の場合を考える。(5)より $3 + a_3 = 2a_3$ より $a_3 = 3$ を得る。よって $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3$ は(4)と(5)を満たす。

$a_1 = 1, a_2 = 3$ の場合を考える。(5)より $4 + a_3 = 3a_3$ より $a_3 = 2$ を得るが、これは(4)を満たさない。
よって $a_1 = 1, a_2 = 3$ とはならない。

以上より、(4)と(5)を満たす3個の自然数の組み合わせは $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3$ の1通りである。

選択欄

※ 採点欄

※印の欄には記入しないこと

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

2023 年度 情報学部 推薦型選抜 小論文 解答用紙

理系型・その3

理 問 1-4

問 1-3 の結果から, $x = \frac{b_1+b_2+b_3}{b_1b_2b_3}$ の値は 1 になる場合があることが分かる。

x が 1 より大きくなる場合があるかどうかを調べるために,

$$1 \leq b_1 \leq b_2 \leq b_3 \tag{6}$$

$$b_1 + b_2 + b_3 > b_1 b_2 b_3 \tag{7}$$

を満たす自然数 b_1, b_2, b_3 の組み合わせがあるかどうかを考える。

(6) と (7) より

$$b_1 b_2 b_3 < b_1 + b_2 + b_3 \leq b_3 + b_3 + b_3 = 3b_3$$

を得る。 b_3 は 0 ではないので, $b_1 b_2 < 3$ 。 b_1, b_2 は自然数なので, $b_1 = b_2 = 1$, $b_1 = 1, b_2 = 2$ の 2 通りの場合が考えられる。

$b_1 = b_2 = 1$ の場合を考える。(7) より $2 + b_3 > b_3$ を得る。任意の自然数 b_3 はこの不等式を満たす。よって $b_1 = 1, b_2 = 1$ と任意の自然数 b_3 の組み合わせが (6) と (7) を満たす。

$b_1 = 1, b_2 = 2$ の場合を考える。(7) より $3 + b_3 > 2b_3$ より $b_3 < 3$ を得る。 $b_3 = 2$ のみ (6) と (7) を満たす。

以上より, (6) と (7) を満たす 3 個の自然数の組み合わせは, $b_1 = b_2 = 1$ と任意の自然数 b_3 の組み合わせと, $b_1 = 1, b_2 = 2, b_3 = 2$ の組み合わせがある。

x の取りうる値の最大値を考えると, $b_1 = b_2 = 1$ の場合は, $x = \frac{b_3+2}{b_3} = 1 + \frac{2}{b_3}$ であるので, これは $b_3 = 1$ のときに最大となり, 最大値は 3 となる。 $b_1 = 1, b_2 = b_3 = 2$ の場合は $x = \frac{5}{4}$ となる。したがって x の取りうる値の最大値は 3 である。

選択欄

※ 採点欄

※印の欄には記入しないこと

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

2023 年度 情報学部 推薦型選抜 小論文 解答用紙

理系型・その 4

理 問 2-1

7 個の記号列の中に R を 3 個含むようなものの数が，点 s から点 t への道の総数と等しい。よって，道の総数は ${}_7C_3 = 35$ 個。

理 問 2-2

点 p から点 t への長さ 6 の道の数は ${}_6C_3$ 通り。

点 q から点 t への長さ 6 の道の数は ${}_6C_2$ 通り。

点 s から点 t への道は，点 p または点 q のいずれか一方のみを通るので，そのような道の総数は ${}_6C_3 + {}_6C_2$ 通り。

よって空欄に入るのは ${}_6C_2$ 。

選択欄

※

採点欄

※印の欄には記入しないこと

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

2023 年度 情報学部 推薦型選抜 小論文 解答用紙

理系型・その5

理 問2-3

点 s から点 a への長さ 5 の道の数は ${}_5C_2 = 10$ 個。点 a から点 t への長さ 4 の道の数は ${}_4C_1 = 4$ 個。したがって、点 s から点 t への点 a を通る道の数は $10 \times 4 = 40$ 個。

また、点 s から点 b への長さ 5 の道の数は ${}_5C_3 = 10$ 個。点 b から点 t への長さ 4 の道の数は ${}_4C_2 = 6$ 個。したがって、点 s から点 t への点 b を通る道の数は $10 \times 6 = 60$ 個。

点 s から点 t への長さ 9 の道は、点 a と点 b のいずれか一方のみを含むので、求める道の総数は $40 + 60 = 100$ 個。

理 問2-4

点 x を通る道の数を考える。点 s から点 x への長さ 3 の道の数は ${}_3C_1 = 3$ 個。

点 x から点 t への長さ 6 の道の数を考える。

点 x から点 t への点 a を通る道の数は ${}_2C_1 \times {}_4C_1 = 2 \times 4 = 8$ 個。

点 x から点 t への点 b を通る道の数は ${}_2C_2 \times {}_4C_2 = 1 \times 6 = 6$ 個。

よって、点 x から点 t への長さ 6 の道の数は $8 + 6 = 14$ 個。

したがって、点 s から点 t への点 x を通る道の数は $3 \times 14 = 42$ 個。

点 s から点 t へ点 x を通る道の数は、点 s から点 t への道の総数から点 x を通る道の数を引けばよいので、求める道の数は $100 - 42 = 58$ 個。

選択欄

※ 採点欄

※印の欄には記入しないこと

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

2023 年度 情報学部 推薦型選抜 小論文 解答用紙

理系型・その6

理 問2-5

点 s から点 a への道の総数は ${}_5C_2 = 10$ 個 …… (1)。

点 s から点 a への点 x を通る道の数は ${}_3C_1 \times {}_2C_1 = 3 \times 2 = 6$ 個 …… (2)

よって、点 s から点 a への点 x を通らない道の数は $10 - 6 = 4$ 個 …… (3)

点 s から点 b への道の総数は ${}_5C_3 = 10$ 個 …… (4)。

点 s から点 b への点 x を通る道の数は ${}_3C_1 \times {}_2C_2 = 3 \times 1 = 3$ 個 …… (5)

よって、点 s から点 b への点 x を通らない道の数は $10 - 3 = 7$ 個 …… (6)

点 a から点 t への道の総数は ${}_4C_3 = 4$ 個 …… (7)。

点 a から点 t への点 y を通る道の数は ${}_2C_1 = 2$ 個 …… (8)

よって、点 a から点 t への点 y を通らない道の数は $4 - 2 = 2$ 個 …… (9)

点 b から点 t への道の総数は ${}_4C_2 = 6$ 個 …… (10)。

点 b から点 t への点 y を通る道の数は ${}_2C_1 \times {}_2C_1 = 2 \times 2 = 4$ 個 …… (11)

よって、点 b から点 t への点 y を通らない道の数は $6 - 4 = 2$ 個 …… (12)

点 s から点 t へ、点 x を通るか点 y を通らない道の数は、点 s から点 x までの道の数が ${}_3C_1$ なので、(9) と (12) より ${}_3C_1 \times (2 \times 2 + 1 \times 2) = 3 \times 6 = 18$ 個 …… (13)。

点 s から点 t へ、点 x を通らず点 y を通る道の数は、(3) と (8)、および (6) と (11) より $(4 \times 2) + (7 \times 4) = 8 + 28 = 36$ 個 …… (14)。

(13) と (14) より、求める道の数は $18 + 36 = 54$ 個である。

選択欄

※ 採点欄

※印の欄には記入しないこと

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

2023 年度 情報学部 推薦型選抜 小論文 解答用紙

理系型・その 7

理 問 2-6

辺 e の左の点を p , 右の点を q とする。

辺 e を通る道の数を考える。

点 s から点 p への道の数は ${}_4C_2 = 6$ 個。

点 q から点 t への道の数は ${}_4C_2 = 6$ 個。

よって, 辺 e を通る道の数は $6 \times 6 = 36$ 個。

辺 e を通らない道の数は, 点 s から点 t への道の総数から辺 e の通る道の数を引けばよいので, 問 2-3 の結果から $100 - 36 = 64$ 個。

理 問 2-7

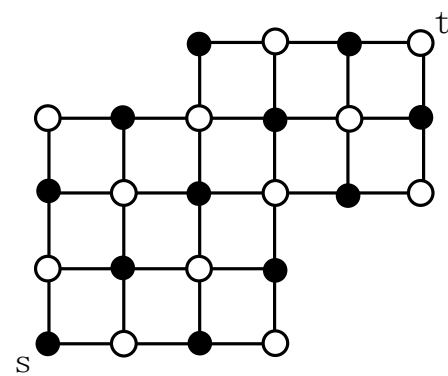
右の図のように頂点に色をつけると,

点 s から奇数本の辺をたどって着く頂点は白,

点 s から偶数本の辺をたどって着く頂点は黒になることが分かる。

点 t は白になるので, 点 s から 12 本の辺をたどって着くことはできない。

したがって, 求める道の数は 0 本。



選択欄

※ 採点欄

※印の欄には記入しないこと